

五、流場觀察實驗

目的：觀察水流流經各種物體之流線，藉以明瞭勢流理論。

儀器：層流觀測儀、染料、水力台、另請自備照相機和軟片。



照 1 流場觀察實驗儀

理論：

(A) 赫蕭(Hele-Shaw)裝置¹

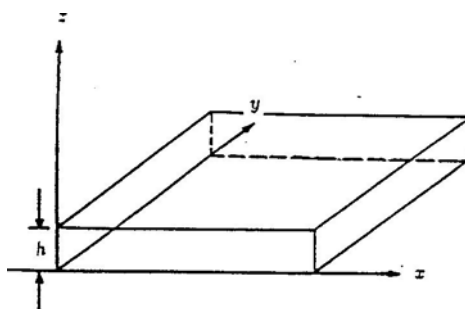


圖 1 赫蕭胞膜示意圖

如圖 1 所示，穩定水流在兩微小間距之平板間流動，若忽略周端效應 (end effect) 則吾人可視流速在 x, y 方向為等方性的(isotropic)，因此流速 \vec{u} 為 z

¹ Daily & Harleman, "Fluid Dynamics", 5th ed., p.191, Mei Ya Publications, INC., 1973.

之函數，即

$$\vec{u} = (u(z), v(z), 0) \quad (1)$$

Navier-Stokes 方程式可簡化成

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \mu \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

邊界條件為

$$u = (0) = u(h) = 0 \quad (5)$$

$$v = (0) = v(h) = 0 \quad (6)$$

將(5)式、(6)式分別代入(2)式及(3)式可解得 u, v 如下：

$$u = \frac{h^2}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left(\frac{z}{h} - \frac{z^2}{h^2} \right) \quad (7)$$

$$v = \frac{h^2}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \left(\frac{z}{h} - \frac{z^2}{h^2} \right) \quad (8)$$

平均流速為

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u dz = \frac{-h^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (9)$$

$$\bar{v} = \frac{1}{h} \int_0^h v dz = \frac{-h^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (10)$$

令 $\Phi = \frac{-h^2 p}{12\mu}$ 則

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \bar{v} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \vec{V} &= \Delta \Phi \end{aligned} \quad (11)$$

此即所謂赫蕭胞膜(Hele-Shaw cell)，可模擬二維勢流或地下水流。

(B) 二維流函數(2-D stream function)

流函數係數學函數，代表流場內流體面的幾何形狀，二維不可壓縮流體的流函數和速度場間有簡單的關係存在（三維流場又如何呢？）。直角座標中，吾人定義二維流函數為二階連續之點函數，且其與速度分量具如下之關係：

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (12)$$

(12)式代入連續方程式 $\Delta \cdot \vec{V} = 0$ 可得

$$\Delta \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) = 0 \quad (13)$$

二維流線之微分方程式為

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \quad (14)$$

(12)式代入(14)式得

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} dy + \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx = 0 \quad (14a)$$

上式左端相當於 $d\Psi$ ，因此

$$d\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Psi}{\partial y} dy = 0 \quad (14b)$$

表沿任一流線之 Ψ 為一定值²。

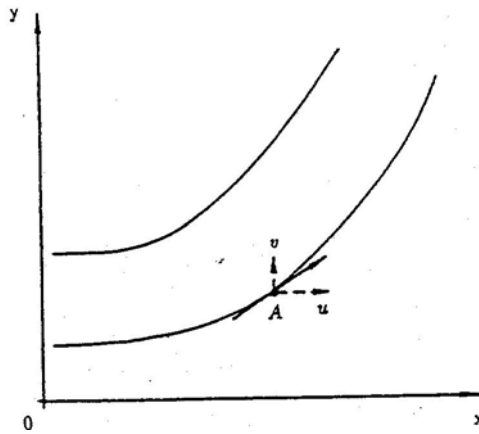


圖 2 流線示意圖

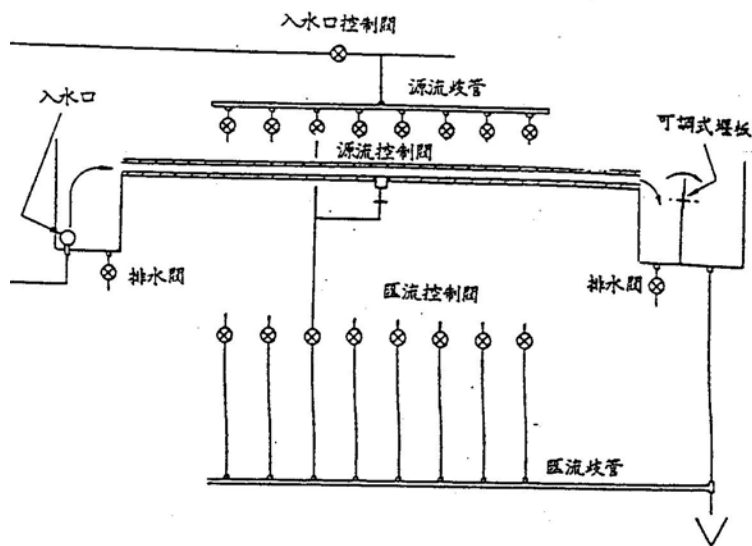


圖 3 管路佈置示意圖

圖 3 管路佈置示意圖

² Richard H. F. Pao, "Fluid Dynamics", p.160~161, Tan Chiang Book Co., 1973.

本實驗分爲三個大項，茲分述如後：

(1) 流體流經浸沒物體之流線

實驗項目：

1a. 圓柱³或圓板（如圖 4A）

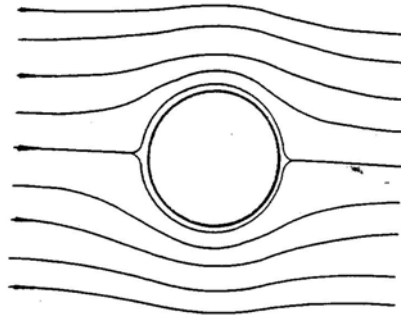


圖 4A

1b. 機翼⁴（如圖 4B）

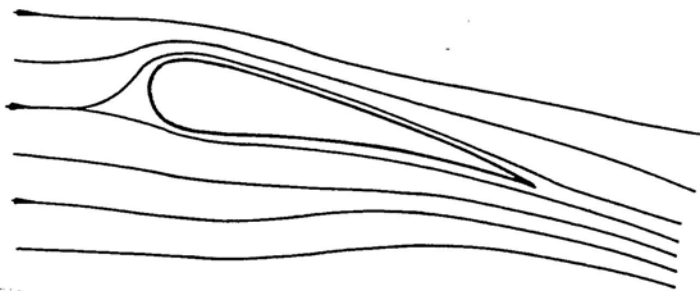


圖 4B

1c. 鈍形物（矩形板）

實驗步驟：

1. 小心掀起玻璃板，將實驗項目所需之塊板佈置妥當後，再將玻璃板輕輕放下。
2. 啓動抽水馬達調整入流控制閥門開度及尾水堰板之高度，使水流爲層流（laminar flow）流況。
3. 俟水流穩定後，旋鬆染料控制鈕，觀察流線是否平順，若有不規則擺動現象產生，則重複步驟 2。（注意：調整過程請旋緊染料控制鈕，避免浪費染料）。
4. 觀察流線並記錄或照相。

註（一）本實驗儀器中之玻璃蓋板爲易碎品，同學操作時務請小心，以免損壞，影響課程進度。

（二）本實驗係觀察性質之實驗，希望同學用心仔細地觀察，以建立正確的物

³ Richard H. F. Pao, "Fluid Dynamics", p.183~184, Tan Chiang Book Co., 1973.

⁴ Richard H. F. Pao, "Fluid Dynamics", p.169, Tan Chiang Book Co., 1973.

理觀念。

(2)流體流經不同形狀渠槽之流線

實驗項目：

2a. 漸縮⁵ 渠槽 (如圖 5A)

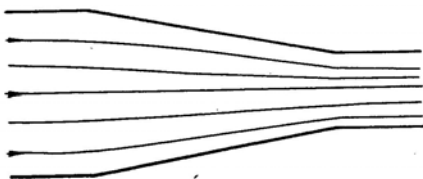


圖 5A

2b. 漸擴渠槽 (如圖 5B)

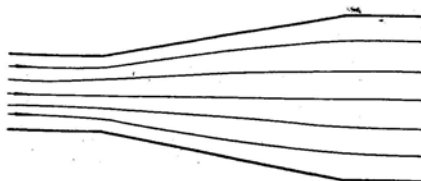


圖 5B

2c. 90°⁶彎曲 (如圖 10-3C)

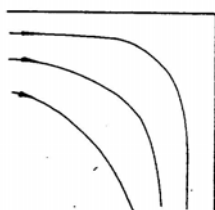


圖 5C

2d. 突縮渠槽 (如圖 5D)

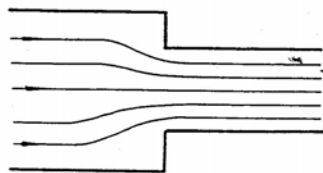
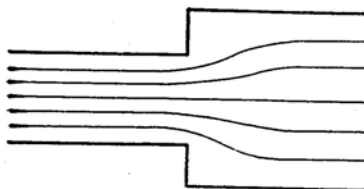


圖 5D

圖 5D

2e. 突擴⁷渠槽(如圖 5E)



⁵ Roberson & Crowe, "Engineering Fluid Mechanics", 3rd edition, p.249, Tan Chiang Book Co., 1988.

⁶ Roberson & Crowe, "Engineering Fluid Mechanics", 3rd edition, p.376, Tan Chiang Book Co., 1988.

⁷ Roberson & Crowe, "Engineering Fluid Mechanics", 3rd edition, p.248, Tan Chiang Book Co., 1988.

圖 5E

實驗步驟：同實驗項目(1)。

(3) 流體之匯流 (sink) 與源流 (source) ⁸

3a. Rankine 半體⁹之形成(如圖 6A)

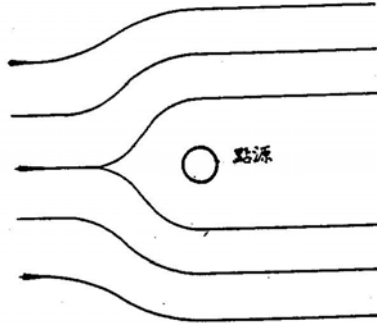


圖 6A

3b. Rankine 橢圓體¹⁰之形成 (如圖 6B)

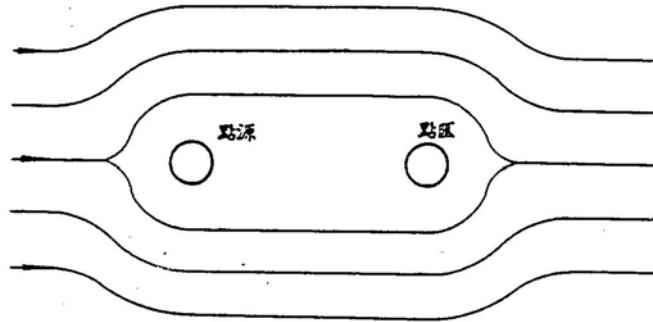


圖 6B

3c. 偶流 (Doublet) ¹¹之形成 (如圖 6C)

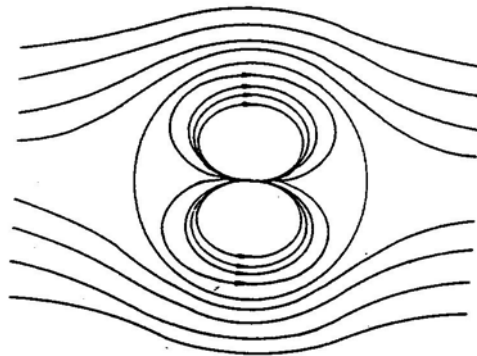


圖 6C

⁸ Richard H. F. Pao, "Fluid Dynamics", p.173, Tan Chiang Book Co., 1973.

⁹ Munson, B.R., Young, D.F. & Okiishi, T.H., "Fundamentals of Fluid Mechanics", p.358, John Wiley & Sons, Inc., 1990.

¹⁰ Munson, B.R., Young, D.F. & Okiishi, T.H., "Fundamentals of Fluid Mechanics", p.361, John Wiley & Sons, Inc., 1990.

¹¹ Richard H. F. Pao, "Fluid Dynamics", p.182, Tan Chiang Book Co., 1973.

3d. 源流和匯流之疊加 (superposition) 流況¹²

實驗步驟：

1. 同實驗項目(1) 步驟 1 及步驟 2。
2. 調整匯流控制閥或源流控制閥之開度 (如圖 3 所示)，(其匯流或源流產生之位置請參考層流分析儀上之說明) 以產生所需之 Rankine Body。
3. 觀察流線並作記錄或照相。
4. 改變匯流或源流之強度或組合，完成各實驗項目。

問題與討論：

1. 試說明理想流體與真實流體之異同，為何本實驗能在黏滯性扮演重要角色之流況下模擬理想流體？
2. 匯流與源流疊加原理為何(為何能疊加)? (提示：控制方程式具有什麼性質?)
3. 流線(streamline)與等勢能線(equipotential line)之關係為何？依據你所觀測結果，試繪項目(1)中任一子項之流線與等勢能線。

¹² Richard H. F. Pao, "Fluid Dynamics", p.179, Tan Chiang Book Co., 1973.